

## Campi algebricamente chiusi: una nota

Sia  $K$  un campo. Allora sono equivalenti le seguenti condizioni:

- $K$  è algebricamente chiuso;
- i polinomi irriducibili di  $K[X]$  sono tutti e soli quelli di grado uno.

Infatti: se  $K$  è algebricamente chiuso, ogni polinomio non costante  $f(X)$  di  $K[X]$  ha almeno una radice in  $K$ , e quindi possiede un divisore di grado uno. Se  $f(X)$  è irriducibile, coincide dunque con quel divisore a meno di un fattore costante non nullo, e quindi ha esso stesso grado uno.

Viceversa, se i polinomi irriducibili di  $K[X]$  hanno tutti grado uno, allora, per il Teorema di fattorizzazione, ogni polinomio non costante di  $K[X]$  si decompone nel prodotto di fattori lineari, e ciò significa che  $K$  è algebricamente chiuso.